

# 高校第2学年総合（アートサイエンス）学習指導案

期 日：令和5年12月18日  
時 間：第2校時  
対 象：第2学年E組21名  
学校名：私立清心女子高等学校  
授業者：田中福人（理科）

## 1 単元（題材）名

「関数グラフとアートⅡ」

## 2 単元（題材）の目標

- (1) 理学と芸術を融合させた分野の授業を行うことで、複数の分野を横断し、新たな価値を創造する発想力・思考力を身につける。
- (2) 複合的な課題を解決するため、自分なりの視点及び発想を携えて問題の解決方法に導く姿勢を身につける。
- (3) 関数グラフをもとに図柄を作成することで、各関数についての理解を深める。
- (4) 学習を通して、主体的及び協働的に考える態度を養う。

## 3 単元（題材）の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
各関数グラフの一般的な概形を知り、関数をもたらす曲線についての理解することができている。 グラフ計算機ソフトを使いこなし、関数グラフを素材として図柄を描くことが出来る。	関数グラフの概形を捉え、それを上手く活用することでお題に沿った図柄について数学的に表現することができる。また、構造美を意識した図柄についても考察することが出来る。	学習において、与えられた課題に対して回答を作ることですすんで取り組み、また小グループ内での話し合いにおいて積極的に発言し、活動を上手く進めようとしている。

## 4 指導観

### (1)単元（題材）観

本校生命科学コースの「総合的な探究の時間」においては、SSH 学校設定科目として「アートサイエンス」を設定している。この授業では、理学と芸術を融合させた分野の授業を行うことで、複数の分野を横断し、新たな価値を創造する発想力・思考力を身につけることをねらいとする。授業ではまず、アートとは何かを定義し、自分なりの答えを導き出すアート思考の訓練から始める。複合的な課題を解決するための手法は一つに限らず、自分なりの発想を携えて問題の解決方法に導く姿勢が重要となる。課題研究をはじめとした他の SSH 事業内容が課題解決のための力、特に科学的思考力や協働でものごとを進める力等を育成することに重点を置いているのに対し、この授業では自分なりの視点でものごとを捉えて、自分なりの答えをつくるという作業を通して、新たな価値を生み出す力や意味を作り出す力を育てる。

新たな価値を生み出す際に、掛け算方式が比較的取り組みやすいと考えている。これは、既存の価値を、それとは異なる場面でみられる既存の価値を組み合わせることで新しい価値とみなす、という手法である。そのためには、既存の価値に関する理解が不可欠であり、これまでの授業においては「美しさ」をキーワードとし、ヒト（脳）が美しいと感じるもの・構造と、なぜそのように感じるのかについて、生物学的な視点から学びを進めてきており、具体的には、前時までに「シンメトリー」について扱ってきている。

## (2)教材観

今回の授業ではグラフ作成ソフト（desmos3D）を使い、関数の数式を入力することで、その数式に対応した形状の図形を作成する。そして、図形を複数組み合わせることで与えられた課題をこなす探究活動を行う。どのような関数の数式を用いることで目的の図形の描画ができるか、試行錯誤を繰り返しながら思考力を鍛える。数学の授業で既習した関数グラフは「一次関数（例： $y=x$ ）」「二次関数（例： $y=x^2$ ）」「三次関数（例： $y=x^3$ ）」「反比例（例： $y=1/x$ ）」「三角関数（例： $y=\sin x$ ,  $y=\cos x$ ）」「円（例： $x^2+y^2=1$ ）」「指数関数（例： $y=a^x$ ）」「対数関数（例： $y=\log_a x$ ）」であり、それぞれの概形についてはこれまでに復習を行っている。

本授業に至るまでに、数学ではまだ習っていない極座標について紹介し、極座標での表記される有名なアルキメデスの渦巻線及び正葉曲線の一般式について紹介した。これらのグラフ概形を活かし、今までに習ってきた関数グラフの概形を同一座標上で組み合わせることで「キャンディ」や「お花」といったお題に沿ったイラストを作成した。本授業では空間図形の描画に挑むが、まずはx軸及びy軸のみで表される円の方方程式を座標空間上に落とし込むことから始める。その後z軸の要素も追加し、次元が拡張されるイメージを養う。なお、本授業では数学的な説明は省き、関数グラフを素材として活用することに重きを置くが、desmosでは変数を自由に変えることができるので、変数の値によりグラフ概形が変わる様子を観察することで数学的素養を高めることもねらいとする。近年はコンピュータの性能が上がり、インターネットやゲーム、アニメーション等で表現される要素（キャラクターなど）は3次元で表されるものが大半であるが、それらが数式によって描かれていることも紹介したい。

## (3)生徒観

2年E組は全員、生命科学コースの生徒である。生命科学コースは全員理系カリキュラムを選択している生徒集団である。授業態度は良好で真面目な集団であるが、授業中はグループ活動等でも活発な印象が強く、協働学習を組み入れやすい集団である。

本校では高校2年生から本格的な課題研究活動を行っており、生徒はそれぞれテーマを定めて課題研究を行っている段階である。課題研究を行う際、多様な視点で実験計画や実験手法等を考えることが望ましいので、本授業における経験が役に立つことを期待している。生き物が好きな生徒が多いため、本授業で扱う教材に対しても意欲的な様子が良く見られる。ただし、熱心に課題研究に取り組む生徒が多い一方で、数学に苦手意識を持っている生徒もいる。本授業では、そのような生徒らに対しても興味を持てる授業を展開したい。

本校では1人に1台Chromebookを配備しており、授業において活用している。本授業で用いるグラフ作成ソフト（desmos）はChrome OSでも動くことが確認できているので採用した。

## 5 単元（題材）の指導計画と評価計画（全5時間+α）

時	★目標 ○学習内容 ・学習活動	■評価規準（評価方法） 【知識技能】【思考判断表現】【主体的に学習に取り組む態度】
第1時	★関数グラフの概形について理解する	
	○既習した関数のグラフの復習 ・1次関数、2次関数、3次関数、三角関数、円、指数関数、対数関数、反比例の数式のグラフ概形について振り返る。また、楕円の数式の一般式について理解する	【知技】各関数グラフの概形を理解している。 【思判表】各関数グラフの概形を描くことができる。 【主体的】分からないところは教え合い、協働的に学ぼうとしている。
第2時	★グラフ計算機ソフトの活用方法について習得する	
	○グラフ計算機ソフトの活用 ・グラフ計算機ソフト desmos における関数の入力方法、定義域（領域）の設定方法を理解する。 ・簡単なお題（家）を描きながら操作方法を習得する	【知技】グラフ計算機ソフトの操作方法が理解できており、実際に活用することができる。 【思判表】お題に対して、適切な関数を選定することができる。 【主体的】試行錯誤を繰り返し、また、分からないところは教え合い、協働的に学ぼうとしている。

第3時	★グラフ計算機ソフトを活用してより複雑な図形の表現方法を思考する。	
	○極方程式 ・座標の表現方法として極座標を紹介する。 ・極座標で表現する図形として、アルキメデスの渦巻線、正葉曲線について紹介する。 ○グラフ計算機ソフトの活用 ・お題に沿った絵を関数グラフを用いて数式を使って描く。	【知技】極座標の表現について理解できている。グラフ計算機ソフトの操作方法が理解できており、実際に活用することができる。  【思判表】お題に対して、表現可能な図柄を創造し、適切な関数を選定して表現することができる。  【主体的】試行錯誤を繰り返し、また、分からないところは教え合い、協働的に学ぼうとしている。
第4時 (本時)	★グラフ計算機ソフトを活用して空間図形の表現方法を思考する。	
	○3D グラフ計算機ソフトの活用 ・グラフ計算機ソフト desmos3D における関数の入力方法、定義域(領域)の設定方法を理解する。 ・x 軸、y 軸にさらに z 軸を加えた場合、図がどのように変化するか思考する。 ・お題(だるま落とし、山から出る日の出)を描きながら操作方法を習得する。	【知技】グラフ計算機ソフトの操作方法が理解できており、実際に活用することができる。  【思判表】お題に対して、論理的に思考し、適切な関数を選定することができる。  【主体的】試行錯誤を繰り返し、また、分からないところは教え合い、協働的に学ぼうとしている。
第5時	★グラフ計算機ソフトを活用してよりオリジナルの絵を関数グラフを素材として創造する。	
	○グラフ計算機ソフトの活用(発展) ・抽象的もしくは概念的なお題に対して、描く図柄を自ら決め、関数グラフを素材として描く。作成した図柄は作品として提出する(授業内に終わらない場合、課題とする)。	【知技】グラフ計算機ソフトの操作方法が理解できており、実際に活用することができる。 【思判表】お題に対して、表現可能な図柄を創造し、適切な関数を選定して表現することができる。 【主体的】試行錯誤を繰り返し、また、分からないところは教え合い、協働的に学ぼうとしている。

## 6 指導に当たって

### ○グラフ計算機ソフト desmos 3D について

美しいグラフを自由自在に描ける無料のオンライングラフ計算機である。関数のグラフや点をプロットできるのは勿論、方程式の解を求めたり、スライダーを使ってグラフを動かしたりできる。あらかじめ関数のサンプルが用意されており、それらを選択すれば一から数式を入力する必要がない。メールアドレスを入力すれば登録(サインアップ)が可能となり、サインアップすれば、作製したグラフや図形が保存でき、さらに URL を通して他者に共有することもできるため、課題として作製した図柄の URL を提出させることも可能である。

サイト URL : <https://www.desmos.com/3d?lang=ja>

複数のグラフを同一座標に重ねることが出来、それらを組み合わせることで関数の理解についてはもちろんのこと、イラストを描くことも可能である。desmos を用いた国際数学アートコンテストが毎年開催されており、それらの入賞作品は力作ぞろいである。

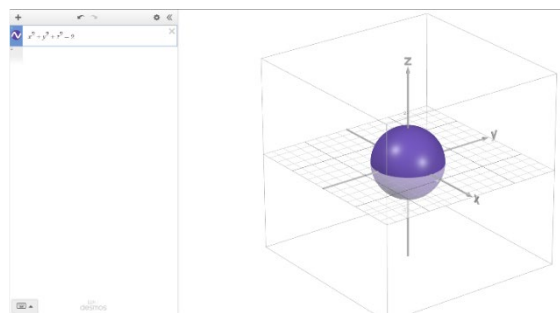
### ○各思考法と本授業との関わりについて

- (1)ラテラルシンキング：お題に対する図柄を作製する際、どのような図柄とするか自由に考え創作する。
- (2)クリティカルシンキング：自分が描いた図柄に対して批判的に眺め、より良い図柄に改善するきっかけとする。
- (3)ロジカルシンキング：必要な素材としてどの関数グラフを用いるのかについて論理的に考え、さらに図柄に合ったグラフとするために数式の修正を論理的に行う。

## 7 本時の授業展開

### (1)本時の目標

グラフ計算機ソフトを活用して空間図形を示す数式について思考する。



(2)本時の展開

時間	○学習内容 ・学習活動	・指導上の留意点	■評価規準（評価方法）
導入（3分）	<p>○前時の振り返りと本時の課題を確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・前時に課した課題の中から一部をピックアップして紹介する。</li> <li>・本時は空間図形の描画に挑戦することを伝え、クロムブックを用意し、Classroom で配布したリンクから desmos3D にアクセスし、ログインするよう伝える。</li> </ul>		
展開（45分）	<p>○円のグラフを描画する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・一般式である <math>x^2+y^2=4</math> を入力し、座標空間に円を表示させる。</li> <li>・円を5個表示させ、数式を修正して移動させ、五輪マークを完成させる。 (方程式例) <math>x^2+y^2=4</math>, <math>(x-5)^2+y^2=4</math>, <math>(x+5)^2+y^2=4</math>, <math>(x-2.5)^2+(y+2)^2=4</math>, <math>(x+2.5)^2+(y+2)^2=4</math> 方程式に変数 (a や b など) を組み入れ、スライダー表示させることで、微調整がしやすくなることを体験する。</li> </ul> <p>○空間図形を描画する。 (だるま落としの描画)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・<math>x^2+y^2=4</math> をコピーし、それに z 軸の要素を加え、<math>x^2+y^2+z^2=4</math> とするとどうなるかを予想させる。その後、実際に入力して確かめる。この式を基本として描画を進めることを伝える。</li> <li>・<math>x^2+y^2+z^{10}=4</math> とし、z の累乗を大きくすることで角の取れた円柱となることを示す。この式をコピーさせ、数式を修正することでだるま落としを描画する。特に最上段のだるまの大きさも変更させる。</li> </ul> <p>(山から出る日の出の描画)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・<math>x^2+y^2=z</math> のグラフを入力する。山をひっくり返したような図形になるが、なぜこのような図形になるか二次関数の一般式から説明する。この後、上下逆転させるには符号を変えればよいことに気付かせる。</li> <li>・<math>x^2+y^2+z^2=0.2</math> のグラフを入力し、この球を太陽と見立てる。ただし、これだけでは動きがないので変数 a を組み入れ、スライダー表示を上手くつかい、山の頂点から太陽が出ていく様子を描画する。太陽の位置など、数式をどのように変化させるか考えさせる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・適宜、質問を交えながら、一方的になりすぎないように注意する。</li> <li>・机間指導を充実させ、作業が滞っている生徒に対しては適宜アドバイスを行う。</li> <li>・分からないところは互いに教え合うよう、協力して行うように指導する。</li> <li>・拘りだすときりがないので、時間を区切って制限時間に描画完成を目指すように伝える。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■グラフ計算機ソフトを操作できているかどうか【知技】。</li> <li>■課題に対し、適切な関数を用い、適切な描画が出来ているかどうか【思判表】</li> <li>■協働的に進められているかどうか【主体的】。</li> </ul>
まとめ（2分）	<p>○本時の学習内容を振り返る。だるま落とし並びに日の出の描画について、出来上がった図柄は保存し、Classroom から URL を提出させる。冬休みにおける課題提出について伝える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・時間内に完成しなかった生徒には課題となることを伝える。</li> </ul>	

## ○グラフ計算ソフトを用いた空間図形の描画

desmos は座標空間に図形やグラフを描くことも出来ます。基本的な使用方法は座標平面上にグラフを描く場合と全く同じです。以下のサイト URL にアクセスして使用してみましょう (Classroom に URL を配信していますので、そこからアクセスできます)。

サイト URL : <https://www.desmos.com/3d?lang=ja>

1. まずは仕様に慣れていきます。円の方程式 (  $x^2+y^2=4$  ) を入力して空間上に円を表示させてください。
2. 次に、先ほどの方程式を 5 つコピーしてそれぞれの位置を動かし、五輪 (オリンピック) マークを作成しましょう。各リングの色も違う色にしてみましょう。

入力した数式の控え (例)

「  $x^2 + y^2 = 4$  」、 「  $(x-5)^2 + y^2 = 4$  」、 「  $(x+5)^2 + y^2 = 4$  」、  
「  $(x-2.5)^2 + (y+2)^2 = 4$  」、 「  $(x+2.5)^2 + (y+2)^2 = 4$  」

3. 新しいグラフを開き、円の方程式を入力します。それに z 軸の要素を追加します。どのような図形に変化するか予想した後、実際に確かめてみましょう。
4. z の累乗を  $z^2$  から  $z^{10}$  に変更します。図形はどのように変わるか確かめてみましょう。
5. 4. の数式をコピーし、図形を移動させて「だるま落とし」を描画して下さい。完成後の数式全部を以下の枠の中に記載して下さい。

入力した数式の控え (例)

$x^2+y^2+z^{10}=4$  、  $x^2+y^2+(z/1.2-1.8)^{10}=4$  、  $x^2+y^2+(z+1.8)^{10}=4$  、  
 $x^2+y^2+(z+3.6)^{10}=4$

6. 新しいグラフを開き、方程式  $x^2+y^2=z$  を入力します。どのような図形になりますか。なぜこのような形状になるか考えましょう。そして、ここから立体的な山を描画して下さい。
7. さらに  $x^2+y^2+z^2=0.2$  を入力し、色を変えて太陽を描画して下さい。そして、位置を変えて「山から出る日の出」を描画して下さい。さらに、変数 a とスライダーを使って、山から日が出る、動きのある様子を描画して下さい。必要に応じて雲を加えたりするなど、細部にこだわっても構いません (より複雑な方が評価は高くなります)。完成後の数式全部を以下の枠の中に記載して下さい。

入力した数式の控え (例)

山の部分 :  $x^2+y^2=-(z-0.5)$   
日の出の部分 :  $(x-a)^2+(y-2)^2+(z-a)^2=0.2$  {  $-0.5 \leq x \leq 5$  }

8. 今回作製した「だるま落とし」と「山から出る日の出」について、課題として提出になります。Classroom に配信している課題提出フォームから、完成した図形の URL を提出して下さい。